Theoretische Grundlagen des Software Engineering

7: Einführung Aussagenlogik

Stephan Schulz
schulz@eprover.org

Software Systems Engineering

Stiftung Universität Hildesheim 2003

Logisches Schließen

Beispiel: Jage den Wumpus

Performance measure

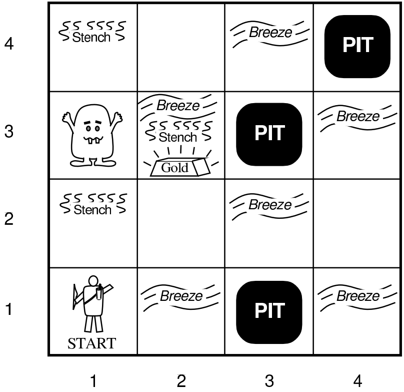
gold $+1000$, death -1000
-1 per step, -10 for using the arrow

Sensors

Stench in squares next to wumpus
Breeze in squares adjacent to pit
Glitter iff gold is in the same square

Actuators

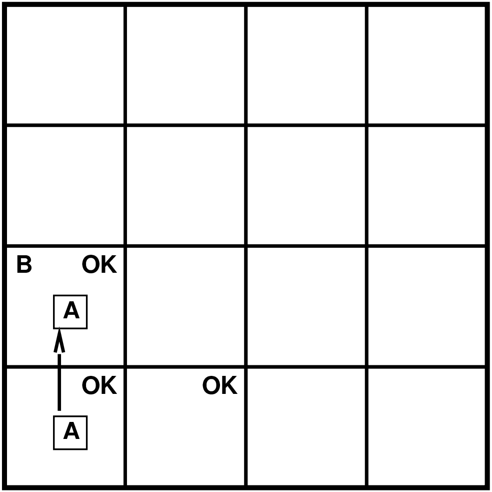
Left turn
Right turn
Forward
Shoot (kills wumpus if facing it)
Grab (picks up gold if in same square)



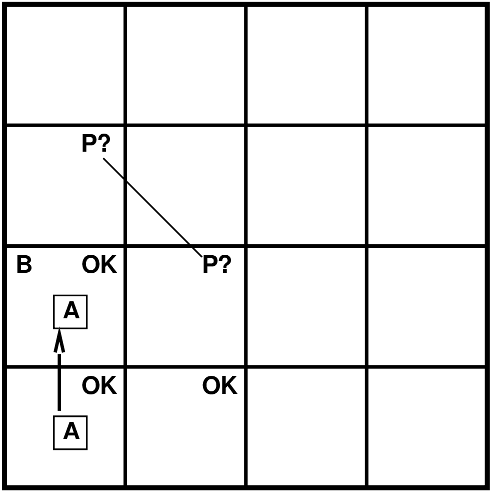
Exploration der Wumpus- Welt

OK			
OK $\boxed{A}$	**OK**		

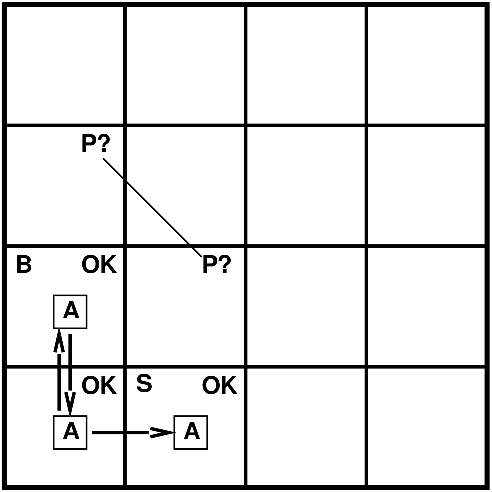
Exploration der Wumpus- Welt



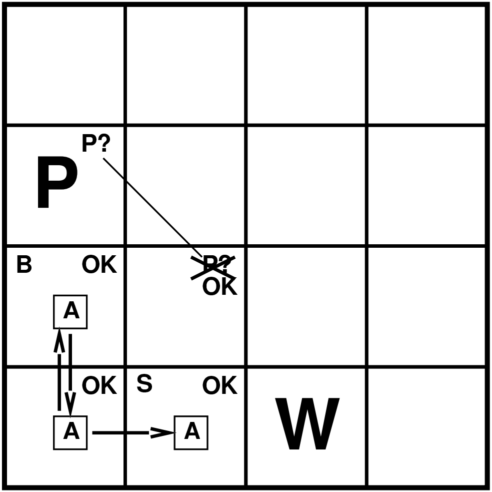
Exploration der Wumpus- Welt



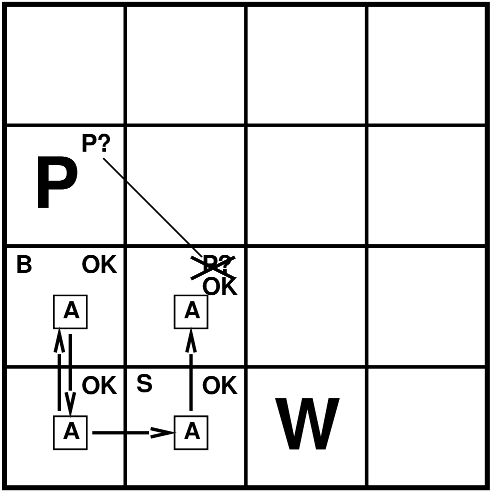
Exploration der Wumpus- Welt



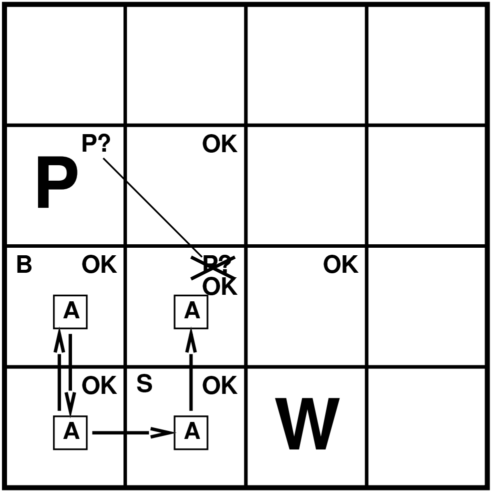
Exploration der Wumpus- Welt



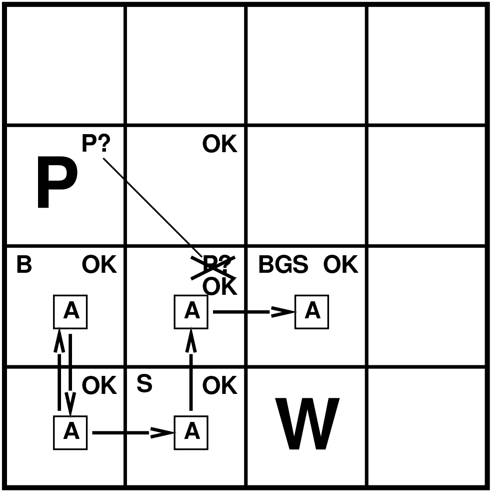
Exploration der Wumpus- Welt



Exploration der Wumpus- Welt



Exploration der Wumpus- Welt

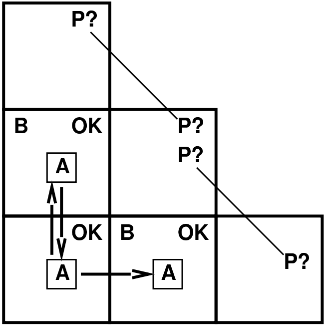


Gewonnen!

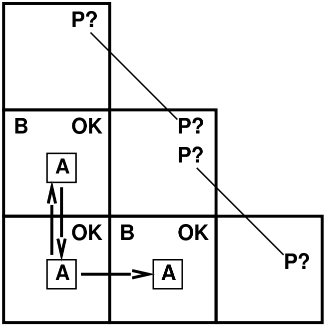
Wumpus- Welt: Problematische Situationen

Problem

Breeze in (1,2) und (2,1)
$\Rightarrow$ keine sichere Aktion



Wumpus- Welt: Problematische Situationen



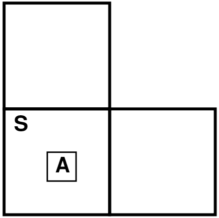
Problem

Breeze in (1,2) und (2,1)
$\Rightarrow$ keine sichere Aktion

Möglicher Ansatz

8 Möglichkeiten haben gleiche Ausgangswahrscheinlichkeit
5 kompatibel mit Beobachtungen
(2,2) hat Grube:
Wahrscheinlichkeit $p = 0,8$
(1,3) und (3,1) haben Gruben:
Wahrscheinlichkeit je $p = 0,6$

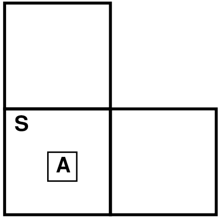
Wumpus- Welt: Problematische Situationen



Problem

Stench in (1,1)
$\Rightarrow$ keine sicheres Feld

Wumpus- Welt: Problematische Situationen



Problem

Stench in (1,1)
$\Rightarrow$ keine sicheres Feld

Mögliche Lösung

Schieße Pfeil
Wumpus war da $\Rightarrow$ tot $\Rightarrow$ sicher
Wumpus nicht da $\Rightarrow$ sicher

Wumpus- Welt: Problematische Situationen

Strategien für problematische Situationen

- Aussagenlogik findet mögliche (sichere) Aktionen
- Problematische Situation, wenn keine der Aktionen sicher ist
- Lösungsstrategien basieren nicht auf Aussagenlogik

Wumpus- Welt: Problematische Situationen

Strategien für problematische Situationen

- Aussagenlogik findet mögliche (sichere) Aktionen
- Problematische Situation, wenn keine der Aktionen sicher ist
- Lösungsstrategien basieren nicht auf Aussagenlogik

Zunächst nicht weiter betrachtet

Formale Logik

- Syntax - Welche Formeln?
- Semantik - Wann ist eine Formel wahr (in einer Struktur)?
- Deduktionsmechanismus - Ableitung neuer wahrer Formeln

Formale Logik

- Syntax - Welche Formeln?
- Semantik - Wann ist eine Formel wahr (in einer Struktur)?
- Deduktionsmechanismus - Ableitung neuer wahrer Formeln

Welche Formeln sollen ableitbar sein?

Logische Folgerung

Definition: Logische Folgerung

Formel A folgt logisch aus Formelmenge KB
gdw.
A ist wahr in allen Modellen, in denen KB wahr ist

Logische Folgerung

Definition: Logische Folgerung

Formel *A* folgt logisch aus Formelmenge *KB*
gdw.
A ist wahr in allen Modellen, in denen *KB* wahr ist

Notation

$$KB \models A$$

Logische Folgerung

Definition: Logische Folgerung

Formel A folgt logisch aus Formelmenge KB
gdw.
A ist wahr in allen Modellen, in denen KB wahr ist

Notation

$$KB \models A$$

Anmerkung: Folgerbarkeit ist eine Beziehung zwischen Formeln (Syntax), die auf Semantik basiert

Logische Folgerung

Beispiel

Aus “das Hemd ist grün und gestreift”
folgt logisch
“das Hemd ist grün

Logische Folgerung

Beispiel

Aus “das Hemd ist grün und gestreift”
folgt logisch
“das Hemd ist grün

Beispiel

Aus den Axiomen der Arithmetik und $x + y = 4$
folgt logisch
$4 = x + y$

Modelle

Intuition

Modelle sind formale Strukturen,
bzgl. derer die Wahrheit einer Formel ausgewertet werden kann

Modelle

Intuition

Modelle sind formale Strukturen,
bzgl. derer die Wahrheit einer Formel ausgewertet werden kann

Definition: Modell einer Formel

m ist Modell einer Formel A, wenn A in m wahr ist

Modelle

Intuition

Modelle sind formale Strukturen,
bzgl. derer die Wahrheit einer Formel ausgewertet werden kann

Definition: Modell einer Formel

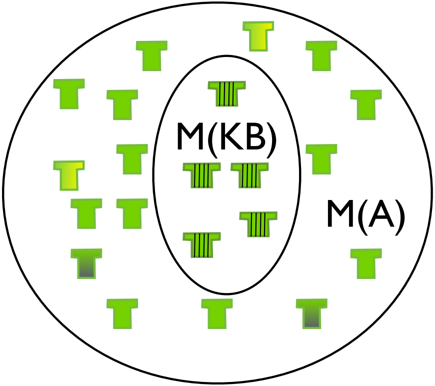
m ist Modell einer Formel A, wenn A in m wahr ist

Notation

$M(A)$ bezeichnet die Menge aller Modelle von A

Also: $KB \models A$ gdw. $M(KB) \subseteq M(A)$

Modelle: Beispiel

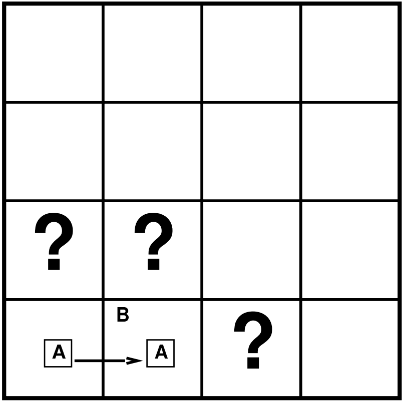


$$
\begin{aligned}
KB &= \text{Das Hemd ist grün} \\
&\quad\ \text{und gestreift} \\
A &= \text{Das Hemd ist grün}
\end{aligned}
$$

Folgerungen in der Wumpus-Welt

Situation nach

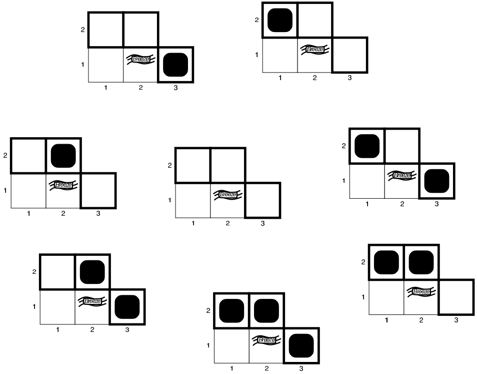
nichts in [1,1],
gehe rechts,
Breeze in [2,1]



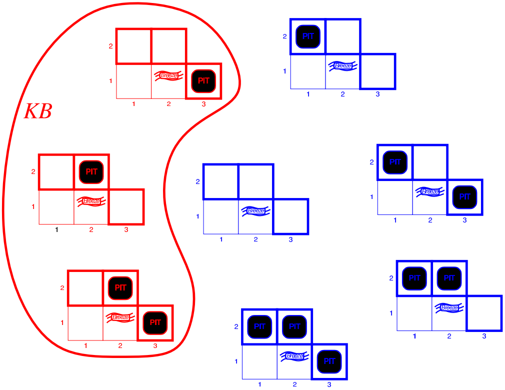
Mögliche Modelle für "?"

(betrachte nur Gruben)
3 boolesche Wahlmöglichkeiten
8 mögliche Modelle

Wumpus-Modelle



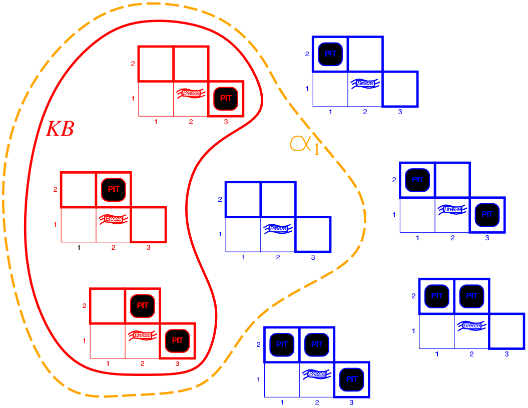
Wumpus-Modelle



KB = Regeln der Wumpus-Welt + Beobachtungen

Wumpus-Modelle

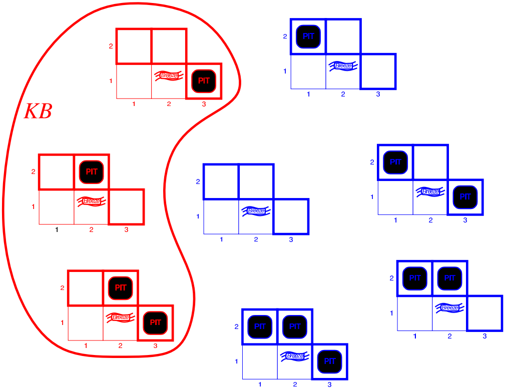
$KB \models A_1$



KB = Regeln der Wumpus-Welt + Beobachtungen

A_1 = “[1,2] ist sicher”

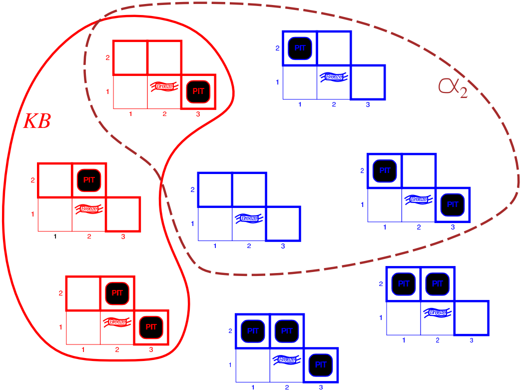
Wumpus-Modelle



KB = Regeln der Wumpus-Welt + Beobachtungen

Wumpus-Modelle

$KB \not\models A_2$



KB = Regeln der Wumpus-Welt + Beobachtungen

A_2 = “[2,2] ist sicher”

Ableitbarkeit

Notation

$$KB \vdash_i A$$

bedeutet

Formel A kann aus KB mit Kalkül i abgeleitet werden

Ableitbarkeit

Notation

$$KB \vdash_i A$$

bedeutet

Formel A kann aus KB mit Kalkül i abgeleitet werden

Definition: Korrektheit (von i)

Wenn $KB \vdash_i A$, dann auch $KB \models A$

Definition: Vollständigkeit (von i)

Wenn $KB \models A$, dann auch $KB \vdash_i A$

Syntax und Semantik der Aussagenlogik

Syntax der Aussagenlogik: Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“

Syntax der Aussagenlogik: Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
$\neg$ Negationssymbol („nicht“)

Syntax der Aussagenlogik: Logische Zeichen

1 Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
0 Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
$\neg$ Negationssymbol („nicht“)
$\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)
$\vee$ Disjunktionssymbol („oder“)
$\rightarrow$ Implikationssymbol („wenn ... dann“)
$\leftrightarrow$ Symbol für Äquivalenz („genau dann, wenn“)

Syntax der Aussagenlogik: Logische Zeichen

- **1** Symbol für den Wahrheitswert „wahr“
- **0** Symbol für den Wahrheitswert „falsch“
- $\neg$ Negationssymbol („nicht“)
- $\wedge$ Konjunktionssymbol („und“)
- $\vee$ Disjunktionssymbol („oder“)
- $\rightarrow$ Implikationssymbol („wenn … dann“)
- $\leftrightarrow$ Symbol für Äquivalenz („genau dann, wenn“)
- ( ) die beiden Klammern

Syntax der Aussagenlogik: Signatur

Definition: Aussagenlogische Signatur

Abzählbare Menge von Symbolen, etwa

$$\Sigma = \{P_0, \ldots, P_n\}$$

oder

$$\Sigma = \{P_0, P_1, \ldots\}$$

Syntax der Aussagenlogik: Signatur

Definition: Aussagenlogische Signatur

Abzählbare Menge von Symbolen, etwa

$$\Sigma = \{P_0, \ldots, P_n\}$$

oder

$$\Sigma = \{P_0, P_1, \ldots\}$$

Bezeichnungen für Symbole in Σ

- atomare Aussagen
- Atome
- Aussagevariablen, aussagenlogische Variablen
- Propositionen

Formeln der Aussagenlogik

Definition: Menge $For0_\Sigma$ der Formeln über Σ

Sei Σ eine Menge von Atomen. $For0_\Sigma$ ist die kleinste Menge mit:

$\mathbf{1} \in For0_\Sigma$ und $\mathbf{0} \in For0_\Sigma$

$\Sigma \subseteq For0_\Sigma$

Wenn $A, B \in For0_\Sigma$, dann sind auch
$\neg A, \quad (A \wedge B), \quad (A \vee B), \quad (A \rightarrow B), \quad (A \leftrightarrow B)$
Elemente von $For0_\Sigma$

Beispiel: Formeln aus der Wumpus-Welt

Aussagenlogische Variablen

$P_{i,j}$ bedeutet: “Grube in $[i,j]$”
$B_{i,j}$ bedeutet: “Luftzug in $[i,j]$”

$$\neg P_{1,1} \qquad \neg B_{1,1} \qquad B_{2,1}$$

Beispiel: Formeln aus der Wumpus-Welt

Aussagenlogische Variablen

$P_{i,j}$ bedeutet: "Grube in $[i, j]$"
$B_{i,j}$ bedeutet: "Luftzug in $[i, j]$"

$$\neg P_{1,1} \qquad \neg B_{1,1} \qquad B_{2,1}$$

Formeln

"Gruben bewirken Luftzug in angrenzenden Feldern"

$$P_{1,2} \rightarrow (B_{1,1} \wedge B_{1,3} \wedge B_{2,2})$$

"Luftzug in einem Feld gdw. es an eine Grube grenzt"

$$B_{1,1} \leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$
$$B_{2,1} \leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$$

Semantik der Aussagenlogik

Sei Σ eine aussagenlogische Signatur

Definition: Aussagenlogische Interpretation

Eine Interpretation ist eine beliebige Abbildung

$$I : \Sigma \longrightarrow \{\mathit{true}, \mathit{false}\}$$

Semantik der Aussagenlogik

Sei Σ eine aussagenlogische Signatur

Definition: Aussagenlogische Interpretation

Eine Interpretation ist eine beliebige Abbildung

$$I : \Sigma \longrightarrow \{true,\ false\}$$

Beispiel

A	B	C
true	*true*	*false*

(Bei drei Symbolen gibt es 8 mögliche Interpretationen)

Semantik der Aussagenlogik

Definition: Auswertung von Formeln unter einer Interpretation

Eine Interpretation I wird fortgesetzt zu einer Auswertungsfunktion

$$val_I : For0_\Sigma \longrightarrow \{true,\ false\}$$

durch:

$$\begin{aligned} val_I(\mathbf{1}) &= true \\ val_I(\mathbf{0}) &= false \\ val_I(P) &= I(P) \qquad \text{für } P \in \Sigma \end{aligned}$$

Semantik der Aussagenlogik

und:

$$val_I(\neg A) = \begin{cases} \mathit{false} & \text{falls} \quad val_I(A) = \mathit{true} \\ \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(A) = \mathit{false} \end{cases}$$

und:

$$val_I(A \wedge B) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(A) = \mathit{true} \text{ und } val_I(B) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$val_I(A \vee B) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(A) = \mathit{true} \text{ oder } val_I(B) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

Semantik der Aussagenlogik

und:

$$val_I(A \rightarrow B) = \begin{cases} \textit{true} & \text{falls} \quad val_I(A) = \textit{false} \text{ oder } val_I(B) = \textit{true} \\ \textit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

und:

$$val_I(A \leftrightarrow B) = \begin{cases} \textit{true} & \text{falls} \quad val_I(A) = val_I(B) \\ \textit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

Wahrheitstafel für die logischen Operatoren

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*
false	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
true	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*

Materielle Implikation

Ex falso, Quodlibet

Aus einer falschen (widersprüchlichen) Annahme kann man alles folgern

Materielle Implikation

Ex falso, Quodlibet

Aus einer falschen (widersprüchlichen) Annahme kann man alles folgern

- $\mathbf{0} \rightarrow A$ ist immer gültig
- "Wenn der Staatshaushalt ausgeglichen ist, werden wir die Steuern senken"

Modell einer Formel(menge)

Definition: Modell einer Formel

Eine Interpretation I ist Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$, falls

$$val_I(A) = true$$

Modell einer Formel(menge)

Definition: Modell einer Formel

Eine Interpretation I ist Modell einer Formel $A \in For0_\Sigma$, falls

$$val_I(A) = true$$

Definition: Modell einer Formelmenge

Eine Interpretation I ist Modell einer Formelmenge $M \subseteq For0_\Sigma$, falls

$$val_I(A) = true \qquad \text{für alle } A \in M$$

Logische Folgerung

Definition: Logische Folgerung

Formel A folgt logisch aus Formelmenge KB
gdw.
alle Modelle von KB sind auch Modell von A

Notation

$$KB \models A$$

Allgemeingültigkeit

Definition: Allgemeingültigkeit/Tautologie

Eine Formel A ist allgemeingültig ("eine Tautologie"), wenn sie in allen Interpretationen wahr ist. Wir schreiben:

$$\models A$$

Allgemeingültigkeit

Definition: Allgemeingültigkeit/Tautologie

Eine Formel A ist allgemeingültig (“eine Tautologie”), wenn sie in allen Interpretationen wahr ist. Wir schreiben:

$$\models A$$

Beispiele

- $A \lor \neg A$
- $A \rightarrow A$
- $(A \land (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
- $\mathbf{1}$

Unerfüllbarkeit

Definition: Unerfüllbarkeit

Eine Formel *A* ist unerfülbar ("widersprüchlich"), wenn sie in allen Interpretationen falsch ist.

Unerfüllbarkeit

Definition: Unerfüllbarkeit

Eine Formel A ist unerfülbar (“widersprüchlich”), wenn sie in allen Interpretationen falsch ist.

Beispiele

- $A \wedge \neg A$
- $(A \vee \neg A) \rightarrow \neg A$
- $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow \neg B$
- $\mathbf{0}$

Logische Äquivalenz

Definition: Logische Äquivalenz

Zwei Formeln sind logisch äquivalent,
wenn sie in den gleichen Modellen wahr sind, d.h.

$$\alpha \models \beta \quad \text{und} \quad \beta \models \alpha$$

Logische Äquivalenz

Definition: Logische Äquivalenz

Zwei Formeln sind logisch äquivalent,
wenn sie in den gleichen Modellen wahr sind, d.h.

$$\alpha \models \beta \quad \text{und} \quad \beta \models \alpha$$

Notation

$$\alpha \equiv \beta$$

Logische Äquivalenz

Definition: Logische Äquivalenz

Zwei Formeln sind logisch äquivalent,
wenn sie in den gleichen Modellen wahr sind, d.h.

$$\alpha \models \beta \quad \text{und} \quad \beta \models \alpha$$

Notation

$$\alpha \equiv \beta$$

Beispiel

$$(A \rightarrow B) \quad \equiv \quad (\neg B \rightarrow \neg A) \qquad \text{(Kontraposition)}$$

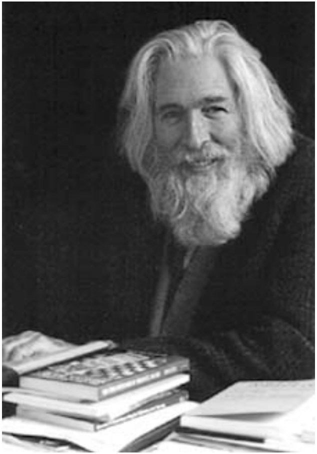
Uniforme Notation

Konjunktive Formeln: Typ α

- $\neg\neg A$
- $A \wedge B$
- $\neg(A \vee B)$
- $\neg(A \rightarrow B)$

Disjunktive Formeln: Typ β

- $\neg(A \wedge B)$
- $A \vee B$
- $A \rightarrow B$



Raymond Smullyan

Uniforme Notation

Zuordnungsregeln Formeln / Unterformeln

α	α_1	α_2
$A \wedge B$	A	B
$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$
$\neg(A \rightarrow B)$	A	$\neg B$
$\neg\neg A$	A	A

Uniforme Notation

Zuordnungsregeln Formeln / Unterformeln

α	α_1	α_2
$A \wedge B$	A	B
$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$
$\neg(A \rightarrow B)$	A	$\neg B$
$\neg\neg A$	A	A

β	β_1	β_2
$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$
$A \vee B$	A	B
$A \rightarrow B$	$\neg A$	B

Uniforme Notation

Zuordnungsregeln Formeln / Unterformeln

α	α_1	α_2
$A \wedge B$	A	B
$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$
$\neg(A \rightarrow B)$	A	$\neg B$
$\neg\neg A$	A	A

β	β_1	β_2
$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$
$A \vee B$	A	B
$A \rightarrow B$	$\neg A$	B

α ist wahr, wenn α_1 und α_2 wahr sind

β ist wahr, wenn β_1 und β_2 wahr sind

Uniforme Notation: Beispiel der Anwendung

Alternative Art der Definition von val_I

$$val_I(\alpha) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(\alpha_1) = \mathit{true} \text{ und } val_I(\alpha_2) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$val_I(\beta) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(\beta_1) = \mathit{true} \text{ oder } val_I(\beta_2) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

Uniforme Notation: Beispiel der Anwendung

Alternative Art der Definition von val_I

$$val_I(\alpha) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(\alpha_1) = \mathit{true} \text{ und } val_I(\alpha_2) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$val_I(\beta) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{falls} \quad val_I(\beta_1) = \mathit{true} \text{ oder } val_I(\beta_2) = \mathit{true} \\ \mathit{false} & \text{sonst} \end{cases}$$

Umfasst Definition von val_I für alle Operatoren außer: **1**, **0**, $\neg$, $\leftrightarrow$

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*				
false	*false*	*true*				
false	*true*	*false*				
false	*true*	*true*				
true	*false*	*false*				
true	*false*	*true*				
true	*true*	*false*				
true	*true*	*true*				

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*	*false*			
false	*false*	*true*	*true*			
false	*true*	*false*	*false*			
false	*true*	*true*	*true*			
true	*false*	*false*	*true*			
true	*false*	*true*	*true*			
true	*true*	*false*	*true*			
true	*true*	*true*	*true*			

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*	*false*	*true*		
false	*false*	*true*	*true*	*false*		
false	*true*	*false*	*false*	*true*		
false	*true*	*true*	*true*	*true*		
true	*false*	*false*	*true*	*true*		
true	*false*	*true*	*true*	*false*		
true	*true*	*false*	*true*	*true*		
true	*true*	*true*	*true*	*true*		

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	
false	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	
false	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	
true	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	
true	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*
false	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	*false*
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*
false	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	*true*
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*

Ein erster Kalkül: Wahrheitstafelmethode

Beispielformel

$$\alpha = A \vee B \qquad KB = (A \vee C) \wedge (B \vee \neg C)$$

Überprüfen ob $KB \models \alpha$

A	B	C	$A \vee C$	$B \vee \neg C$	KB	α
false	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*
false	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	*false*
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*
false	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*false*	*true*	*true*	*false*	*false*	*true*
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*

Zusammenfassung

Beispiel: Wumpus-Welt

- Logische Folgerung
- Modelle
- Definition: Korrektheit und Vollständigkeit

Aussagenlogik

- Syntax
- Semantik - Interpretationen
- Semantik - Modelle und Folgerung
- Uniforme Notation

Aufgaben

Sei $KB = \{((a \land b) \lor (a \land c)), (b \rightarrow (\neg b))\}$ and $A = ((b \lor c) \leftrightarrow (b \rightarrow c))$.

- Zeigen oder widelegen Sie: $KB \models A$
- Geben Sie zu KB und A equivalente Formulierungen, die nicht $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$ enthalten.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr? Warum?

- Wenn eine Formel nicht allgemeingültig ist, dann ist sie unerfüllbar.
- Die Negation einer Tautologie ist widersprüchlich
- Wenn I eine Interpretation von A ist, dann ist I eine Interpretation von $(A \rightarrow (\neg A))$
- Wenn I ein Modell von A ist, dann ist I ein Modell von $(A \rightarrow (\neg A))$
- Wenn I eine Interpretation von A ist, dann ist I ein Modell von $(A \rightarrow (\neg A))$